



Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

2-й поток, 13.07.2026

ВАРИАНТ 262

1. Даны последовательности $a_1, a_2, a_3, \dots$ и $b_1, b_2, b_3, \dots$ действительных чисел, удовлетворяющих при каждом натуральном n условиям

$$a_{n+1} = a_n \sqrt{1 + a_n^2 + b_n^2} - b_n, \quad b_{n+1} = b_n \sqrt{1 + a_n^2 + b_n^2} + a_n.$$

Найдите $a_{10}^2 + b_{10}^2$, если известно, что $a_1^2 + b_1^2 = \sqrt[5]{3} - 1$.

2. Решите уравнение $\frac{\cos 4x - \cos 8x}{\sin 4x + \sin 8x} = \frac{\cos 5x + \cos x}{\sin 5x - \sin x}$.

3. Решите неравенство $x^{(\log_5 3)(\log_2 x)} \cdot 8^{\log_5 9} \geq 3^{\log_5(x^5)}$.

4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются под прямым углом в точке E . Никакие два стороны этого четырёхугольника не параллельны друг другу. Пусть F и G — середины сторон AB и CD соответственно и пусть H — точка пересечения серединных перпендикуляров к этим сторонам. Найдите все возможные значения отношения $BH : CH$, если известно, что $\angle EFH = \angle EGH$.

5. Даны неотрицательные действительные числа a, b, c , не равные одновременно нулю. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{(a+b)c^3 + (b+c)a^3 + (c+a)b^3}{(a+b+c)^4}.$$

6. Найдите объём правильной треугольной пирамиды с вершиной S и основанием ABC , если известно, что $AB = 2\sqrt{2}$ и что расстояние между прямыми AB и CS равно $\sqrt{3}$.