МГУ - СТАРТ

Дополнительное вступительное испытание (ДВИ-2025)

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

2-й поток, 12.07.2025

ВАРИАНТ 252

1. Известно, что $f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{15}{x}$. Найдите наименьшее целое число, превосходящее $f\left(\dfrac{25}{16}\right)$.

2. Дана последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots$ действительных чисел, удовлетворяющих при каждом натуральном n равенству

$$a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n=2a_n-1.$$

Последовательность $b_1, b_2, b_3, \ldots$ определяется соотношениями $b_1=2$ и $b_{n+1}=b_n+a_n$, $n\in\mathbb{N}$. Найдите $b_1+b_2+b_3+\ldots+b_{2025}-2^{2025}$.

3. Решите неравенство

$$\log_{1/2}\left(\frac{2}{9^x-1}\right)\leqslant\log_{1/2}\left(\frac{1}{3^x+31}\right).$$

4. Решите уравнение $\sqrt{3}(\sin^2 x\operatorname{tg} x+\cos^2 x\operatorname{ctg} x)=4-\sqrt{3}\sin 2x$.

5. Окружности Ω_1 и Ω_2 находятся внутри окружности Ω, касаются окружности Ω в точках A и B соответственно и касаются друг друга внешним образом в точке C. Пусть O — центр окружности Ω и пусть D — точка пересечения прямой OC с отрезком AB. Найдите отношение $AD:DB$, если известно, что радиус окружности Ω в три раза больше радиуса окружности Ω_1 и в пять раз больше радиуса окружности Ω_2.

6. Последовательность действительных чисел $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2025}$ удовлетворяет неравенствам

$$2\sqrt{a_n-(n-1)}\geqslant a_{n+1}-(n-1)$$

при каждом $n=1,2,3,\ldots,2024$ и неравенству

$$2\sqrt{a_{2025}-2024}\geqslant a_1+1.$$

Найдите все возможные значения a_{2025}.

7. Все три плоских угла при вершине D тетраэдра $ABCD$ равны α. Найдите α, если известно, что $AB=BC=AC$, $AD=1$ и $BD=\sqrt{3}-1$.