МГУ - СТАРТ

Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

6-й поток, 21.07.2024

ВАРИАНТ 246

1. Найдите наименьшее целое число, превосходящее число $\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)-\log_2\left(1+\sqrt{2}\right)$.

2. Найдите количество всех упорядоченных четвёрок чисел a, b, c, d, таких что числа a^2-ab+b^2, b^2-bc+c^2, c^2-cd-d^2 равны друг другу, если известно, что каждое из чисел a, b, c, d равно либо 1, либо 2, либо 3, а число a является среди них наибольшим.

3. Решите неравенство

$$\log_{x-1}(2x-5)+\log_{4x^2-20x+25}(x^2-2x+1)-\log_{2x-5}(4x^2-20x+25)\leqslant 0.$$

4. Решите уравнение $\operatorname{tg} x-4\sin x=\sqrt{3}$.

5. В треугольнике ABC угол A является тупым. На стороне BC отмечена точка D таким образом, что $AC=CD$. При этом окружность, описанная около треугольника ACD, касается прямой AB в точке A. На прямой AD отмечена точка E таким образом, что $CE=EA=AB$. Найдите отношение $BC:AB$.

6. Многочлен $f(x)=x^4-12x^3+ax^2+bx+81$ с действительными a и b допускает разложение

$$f(x)=(x-c_1)(x-c_2)(x-c_3)(x-c_4)$$

с некоторыми действительными c_1, c_2, c_3, c_4. Найдите все возможные значения $f(5)$.

7. Расстояние от середины высоты правильной четырёхугольной пирамиды до боковой грани равно $\sqrt{2}$, а до бокового ребра — $\sqrt{3}$. Найдите объём пирамиды.