МГУ - СТАРТ

Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

1-й поток, 11.07.2024

ВАРИАНТ 241

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее числа $\dfrac{2+\cos\frac{\pi}{5}}{3}+\dfrac{3+\sin\left(\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{2}\right)}{2}$.

2. Натуральные числа $a_1,\ldots,a_n$ образуют строго возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения n, если известно, что n нечётно, $n>1$ и сумма $a_1+\ldots+a_n$ равна 2024.

3. Решите неравенство $\log_{x+3}(x^2-7x+12)\leqslant 2$.

4. Решите уравнение

$$\frac{\operatorname{tg}3x+\operatorname{tg}x}{1+\operatorname{tg}3x\operatorname{tg}x}=\operatorname{tg}4x\operatorname{tg}2x.$$

5. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается стороны AC в точке D. Известно, что $AD=2+\sqrt{3}$, $CD=\sqrt{3}$. Найдите угол $\angle CAB$, если известно также, что он в два раза меньше угла $\angle ACB$.

6. Числа a, b, c положительны и удовлетворяют соотношению $a+b+c=1$. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{1+a}{1-a}\cdot\frac{1+b}{1-b}\cdot\frac{1+c}{1-c}.$$

7. Плоскость π перпендикулярна ребру SA правильной треугольной пирамиды $ABCS$ с вершиной S и основанием ABC, делит это ребро в отношении $1:2$ (считая от вершины S) и проходит через середину ребра SB. Найдите угол между плоскостью π и плоскостью основания пирамиды.