



Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

6-й поток, 21.07.2023

ВАРИАНТ 237

1. Известно, что $x : y = 19 : 17$. Найдите $\frac{x+y}{x-y}$.
2. Возрастающая геометрическая прогрессия a_1, a_2, a_3, \dots удовлетворяет условиям $a_3 - a_1 = 3$, $a_7 - a_3 = 60$. Найдите сумму первых семи членов этой прогрессии.

3. Решите неравенство

$$\log_{x^2-1}(x-1) \geq \log_{x^2-1} \sqrt{\frac{x^2}{2} + 1}.$$

4. Решите уравнение

$$\frac{\operatorname{tg} 2x + 2 \cos x}{\operatorname{tg} 2x - 2 \cos x} = 0.$$

5. Вписанная в прямоугольный треугольник ABC окружность касается катетов AC и BC в точках D и F . Найдите $\sin \angle CBD$, если известно, что $\sin \angle CAF = 1/\sqrt{10}$.
6. Действительные числа a, b, c удовлетворяют соотношению

$$abc = (a-1)(b-1)(c-1).$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $a^2 + b^2 + c^2$.

7. Ребро основания правильной треугольной пирамиды равно $\sqrt{6}$, высота пирамиды равна $\sqrt{7}$. Плоскость π перпендикулярна одному из рёбер пирамиды и делит его в отношении $1 : 2$, считая от вершины. Найдите отношение, в котором плоскость π делит объём пирамиды.