



## Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

5-й поток, 20.07.2023

ВАРИАНТ 236

1. Найдите  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ , если  $f(x) = \left(\sqrt{x+1} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \left(\sqrt{5x-1} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ .

2. Найдите четыре числа  $a, b, c, d$ , если известно, что они образуют возрастающую геометрическую прогрессию, что  $a + d = 28$  и что  $b + c = 12$ .

3. Решите неравенство

$$\log_x \log_3 (2^x - 1) \geq 0.$$

4. Решите уравнение

$$2 \cos 2x + \frac{\cos x - \cos 3x}{\cos x + \cos 3x} = 2.$$

5. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. На его диагонали  $AC$  отмечена точка  $E$ , а на продолжении этой диагонали за точку  $C$  отмечена точка  $F$  таким образом, что  $\angle ADE = \angle CBF$ . Найдите угол  $\angle CDF$ , если известно, что  $\angle ABE = 15^\circ$ .

6. Положительные числа  $a, b, c$  удовлетворяют соотношению

$$a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab} = 1.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения  $a + b + c$ .

7. Дан куб с ребром 1, нижним основанием  $ABCD$  и боковыми ребрами  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$ . На ребрах  $A_1D_1, BB_1, CC_1, AD$  отмечены соответственно точки  $K, L, M, N$ , так что  $A_1K = KD_1$ ,  $BL : LB_1 = 7 : 1$ ,  $CM : MC_1 = DN : NA = 4 : 3$ . Найдите площадь сечения тетраэдра  $KLMN$ , параллельного ребрам  $KL$  и  $MN$ , имеющего форму ромба.