



## Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

3-й поток, 15.07.2023

ВАРИАНТ 234

1. Найдите  $f\left(\frac{3}{5}\right)$ , если  $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{\frac{8}{3} + \frac{1}{x^2}}$ .

2. Дана последовательность  $a_1, a_2, a_3, \dots$  действительных чисел. Найдите  $a_1$ , если известно, что  $a_8 = 8$  и что для любого индекса  $n$  справедливо равенство

$$a_{n+1} = \sqrt[7]{2} a_n + (\sqrt[7]{2} - 1)n - 1.$$

3. Решите неравенство

$$(\sqrt{x})^{3 + \log_3 x} \geq 3^{1 + \log_3 x}.$$

4. Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin x} - \frac{1}{\cos x} = 4.$$

5. На сторонах  $AB, BC, CD, AD$  вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  отмечены соответственно точки  $E, F, G, H$ . Известно, что  $AE = EB, 2BF = FC, CG = GD, DH = 2HA$  и что площадь четырёхугольника  $ABCD$  в два раза больше площади четырёхугольника  $EFGH$ . Найдите отношение  $AC : BD$ .

6. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{c-b}{a+2b+c} + \frac{2b}{a+b+2c} - \frac{4c}{a+b+3c}$$

при положительных  $a, b, c$ .

7. Расстояния от (внутренней) диагонали прямоугольного параллелепипеда до его рёбер, не имеющих с этой диагональю общих точек, равны  $\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{\frac{6}{5}}$ . Найдите объём этого параллелепипеда.

