



Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

6-й поток, 21.07.2022

ВАРИАНТ 226

1. Определите, какое из двух чисел больше: $\sqrt{3}^{15}$ или $9^{\sqrt{14}}$.
2. Числа $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{30}$ образуют арифметическую прогрессию. Известно, что $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{30} = 45$ и что $a_3 + a_6 + a_9 + \dots + a_{30} = 100$. Найдите разность этой прогрессии.
3. Решите уравнение $\operatorname{tg} x = 4 \sin x - \sqrt{3}$.
4. Решите неравенство $\log_x \left(x^2 + \frac{3}{2} \right) \leq 4 \log_{x^2 + \frac{3}{2}}(x)$.
5. Окружность, проходящая через вершину A треугольника ABC , касается его стороны BC в точке D и пересекает стороны AC и AB в точках E и F соответственно. Известно, что $AF = 3BF$, $BD = CD$, $AE = 2CE$ и что $ED = \sqrt{10}$. Найдите BC .
6. Найдите все значения параметра a из интервала $(0, 1)$, при которых для каждого x из интервала $(0, \pi/4)$ существует не более одного значения y в интервале $(0, \pi/4)$, такого что

$$\frac{\operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg}(a(x+y))} = \frac{\operatorname{tg}(x+y) - \operatorname{tg}(a(x+y))}{1 + \operatorname{tg}(x+y) \operatorname{tg}(a(x+y))}.$$

7. Основание $ABCD$ прямоугольного параллелепипеда $ABCD A' B' C' D'$ с боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' , DD' является квадратом со стороной $\sqrt{2}$. Известно, что $AE \perp D'F$, где E — центр грани $BCC' B'$, F — центр квадрата $ABCD$. Найдите расстояние между серединами отрезков AE и $D'F$.