



Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

5-й поток, 20.07.2022

ВАРИАНТ 225

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением $\left(\frac{2\sqrt{2}}{27}\right)^{2/3} + \left(\frac{27}{2\sqrt{2}}\right)^{2/3} - \frac{13}{18}$.
2. Сумма второго и восьмого членов возрастающей геометрической прогрессии равна $9\sqrt{2}$. Произведение четвертого, пятого и шестого членов этой прогрессии равно 64. Найдите разность между девятым и первым членами этой прогрессии.
3. Решите уравнение $\sin^4 x + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.
4. Решите неравенство $\log_{\sqrt{6-x}}(6+x) + \log_{\sqrt{6+x}}(6-x) \leq 5$.
5. Окружность, проходящая через вершины A, B треугольника ABC и центр описанной около этого треугольника окружности, пересекает стороны AC и BC в точках D и E соответственно. Найдите угол $\angle BCA$, если известно, что $AB = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{3}$ и что угол $\angle BAE$ в два раза больше угла $\angle ABD$.
6. Найдите все значения параметров a, b , при которых неравенство
$$a^3x^4 + 2ax^3 + b \leq 2bx^2 + b^3x + a$$
 выполняется для всех x из отрезка $[0, 1]$.
7. Дана правильная треугольная пирамида $ABCS$ с основанием ABC и вершиной S . Плоскость π перпендикулярна ребру AS и пересекает ребра AS, BS в точках D, E соответственно. Известно, что $SD = AD$ и $SE = 2BE$. Найдите косинус угла между ребром AS и плоскостью основания ABC .