



## Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

6-й поток, 25.07.2021

ВАРИАНТ 216

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением  $\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \cdot \sin \frac{\pi}{4} - \sqrt{2}\right)^4 - \frac{1}{4}$ .

2. Футболист Федот сыграл в трёх матчах на чемпионате. Премияльная выплата Федота за второй матч в связи с отличной игрой была на  $n$  процентов больше, чем за первый. В третьем же матче Федот не сумел показать хорошую игру и его премия за этот матч оказалась на  $n$  процентов меньше, чем за второй матч. Найдите  $n$ , если известно, что премия за третий матч составила 64% от премии за первый матч.

3. Решите уравнение  $\operatorname{ctg} x - 2 \operatorname{ctg} 2x = \frac{2}{3} \cos x$ .

4. Решите неравенство  $\log_{\sqrt{x-1}} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 5} \leq 2$ .

5. Окружность  $\Omega_1$  с центром  $O_1$  пересекает окружность  $\Omega_2$  с центром  $O_2$  в точках  $A$  и  $B$ . При этом точки  $O_1$  и  $O_2$  лежат вне  $\Omega_2$  и  $\Omega_1$  соответственно. Касательная к окружности  $\Omega_2$  в точке  $A$  пересекает  $\Omega_1$  в точках  $A$  и  $C$ . Касательная к окружности  $\Omega_1$  в точке  $A$  пересекает  $\Omega_2$  в точках  $A$  и  $D$ . Найдите угол между прямыми  $O_1C$  и  $O_2D$ , если известно, что  $\angle AO_1B = 36^\circ$  и  $\angle AO_2B = 64^\circ$ .

6. Найдите все пары действительных чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих равенству

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(1 + \log_2 (x^2 + y^2)\right) = 1 + \log_2(xy).$$

7. Дан параллелепипед  $ABCD A' B' C' D'$  с основаниями  $ABCD$ ,  $A' B' C' D'$  и боковыми рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . Все рёбра параллелепипеда равны. Плоские углы при вершине  $B$  также равны. Известно, что центр сферы, описанной около тетраэдра  $AB'CD'$ , лежит в плоскости  $AB'C$ . Радиус этой сферы равен 2. Найдите длину ребра параллелепипеда.