



## Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

5-й поток, 23.07.2021

ВАРИАНТ 215

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением  $\frac{27^{1/3}}{25^{1/2}} + \frac{\log_5 25}{3\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}} + \frac{41}{15}$ .
2. Любитель коктейлей Игнат смешал 300 мл морковного сока с 200 мл сливок. Тщательно перемешав полученную смесь, Игнат попробовал её на вкус и решил, что сливок оказалось слишком много. Игнат налил в полулитровый графин 200 мл морковного сока, а оставшиеся 300 мл заполнил приготовленной смесью. Каково процентное содержание сливок в полученном напитке?
3. Решите уравнение  $4 \sin 2x \cos 3x - 2 \sin 5x = \operatorname{tg} 2x$ .
4. Решите неравенство  $\log_{x-1} \left( 4^{\log_3 x} - 6x^{\log_3 2} + 10 \right) \leq 0$ .
5. Дана равнобокая трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$ . Известно, что окружности, вписанные в треугольники  $ABC$  и  $ACD$ , касаются диагонали  $AC$  в одной и той же точке. При этом точка касания первой окружности со стороной  $BC$  делит эту сторону пополам. Найдите отношение, в котором точка касания второй окружности со стороной  $AD$  делит эту сторону, считая от точки  $A$ .
6. Найдите все пары действительных чисел  $(x, y)$  с наименьшим возможным значением  $y$ , удовлетворяющие неравенству 
$$\log_{x^2-y} \left( x - y^2 + \frac{7}{4} \right) \geq 1.$$
7. Сфера касается всех рёбер тетраэдра  $ABCD$ . Известно, что произведения длин скрещивающихся рёбер равны. Известно также, что  $AB = 3$ ,  $BC = 1$ . Найдите  $AC$ .